MATEMÁTICA - UFRGS/2014
Respostas comentadas

26. Resposta (B)

$9^1 = 9$ algarismo da unidade: 9
$9^2 = 81$ algarismo da unidade: 1
$9^3 = 729$ algarismo da unidade: 9
$9^4 = 6561$ algarismo da unidade: 1

Percebe-se que cada vez que elevarmos "9" a um número ÍMPAR, o algarismo da unidade é 9 e, cada vez que elevarmos "9" a um número PAR, o algarismo da unidade é 1. Logo, 9^{10} possui algarismo da unidade é 1.

27. Resposta (D)

Sabendo que 1 km = 1000 m e que

$$1\ km^3 = (1000\ m)^3 = 1\ 000\ 000\ 000\ m^3$$

$$12900\ km^3 = 12\ 900\ 000\ 000\ 000\ m^3 = 1{,}29.10^{13}\ m^3$$

Como $1\ m^3 = 1000$ litros

$$1{,}29.10^{13}\ m^3 = 1{,}29.10^{13}.10^3 \text{ litros} = 1{,}29.10^{16}$$

28. Resposta (A)

I. Verdadeiro para qualquer a, b e c.
II. Falso, pois tem-se o contra exemplo $a = -2$ e $b = 2$ e nesse caso, $a^2 = b^2$ o que contraria esse item.
III. Falso, pois tem-se o contra exemplo $a = 1$, $b = 2$ e $c = 8$ e nesse caso $b - a < c - b$, ou seja, $2 - 1 < 8 - 2$ o que contraria esse item.

29. Resposta (C)

Essa aplicação de reajuste acumulado é uma P.G., onde a razão é 1,005 (aumento de 0,5% é multiplicar por 1,005 e o número de termos é 13 (pois tem a aplicação inicial e 12 reajustes).

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$
$$a_{13} = a_1 \cdot q^{12}$$
$$a_{13} = 500 \cdot 1{,}005^{12}$$

30. Resposta (E)

Pela análise do gráfico, no dia 19 foi registrada a menor temperatura.

31. Resposta (B)

Supondo que cada produto custe R$ 100,00.

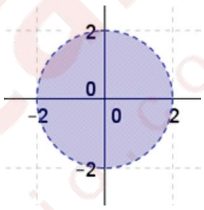
Produto 1: R$ 100,00
Produto 2: R$ 90,00
Produto 3: R$ 80,00

Inicialmente, custariam 300 reais todos os produtos e, no final, acabou custando 270.

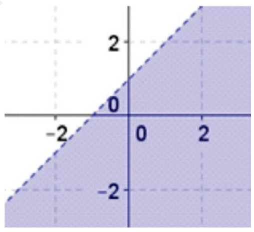
Desconto total = taxa = $\dfrac{\text{final}}{\text{inicial}} = \dfrac{270}{300} = 0{,}9$ desconto de 10%.

32. Resposta (B)

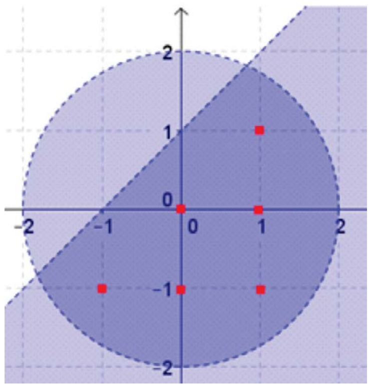
$$x^2 + y^2 < 4$$



$$y < x + 1$$



Procedendo com a intersecção, temos:



onde os pontos vermelhos representam as coordenadas inteiras.

33. Resposta (E)

$f(x) = 4 - 2x$

A (0, y)	B (x, 0)
$y = 4 - 2x$	$y = 4 - 2x$
$y = 4 - 2 \cdot 0$	$0 = 4 - 2x$
$y = 4 - 0$	$2x = 4$
$y = 0$	$x = 2$

A (0, 4) B (2, 0)

$g(x) = 2 \cdot f(x) + 2$
$g(x) = 2 \cdot (4 - 2x) + 2$
$g(x) = 8 - 4x + 2$
$g(x) = -4x + 10$

D (0, y)	C (x, 0)
$y = -4x + 10$	$y = -4x + 10$
$y = -4 \cdot 0 + 10$	$0 = -4x + 10$
$y = 10$	$4x = 10$
	$x = \frac{10}{4}$
	$x = \frac{5}{2}$

D (0, 10) $C\left(\frac{5}{2};0\right)$

$$\text{Área do polígono ABCD} = \frac{|\det|}{2}$$

$$\det = \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 0 \\ 5/2 & 0 \\ 0 & 10 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 25 + 0 - 8 - 0 - 0 - 0 = 17$$

$$\text{Área do polígono ABCD} = \frac{|\det|}{2} = \frac{|17|}{2} = 8,5$$

34. Resposta (D)

Os lados dos quadrados formam uma P.A.

$\left(\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, \ldots\right)$.

O vigésimo lado é:

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot R$
$a_{20} = a_1 + 19 \cdot R$
$a_{20} = \sqrt{2} + 19 \cdot \sqrt{2}$
$a_{20} = 20\sqrt{2}$

A área do vigésimo quadrado é

$$\text{Área} = a^2 = \left(20\sqrt{2}\right)^2 = 400 \cdot 2 = 800.$$

35. Resposta (E)

Figura 1 : 1

Figura 2 : $\frac{5}{9}$

Figura 3 : $\frac{25}{81}$

Cada figura é um elemento da P.G. de razão $\frac{5}{9}$.

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
$a_5 = a_1 \cdot q^4$
$a_5 = 1 \cdot \left(\frac{5}{9}\right)^4 = \frac{625}{6561}$

36. Resposta (C)

O gráfico de f(x) intercepta o eixo das abscissas em (x, 0)

$f(x) = 4^{-x} - 2$
$0 = 4^{-x} - 2$
$2 = 4^{-x}$
$2 = (2^2)^{-x}$
$2 = 2^{-2x}$
$2^1 = 2^{-2x}$

Aplicando a regra da exponencial:

$1 = -2x$
$2x = -1$
$x = -\frac{1}{2}$

37. Resposta (B)

Usando as regras de logaritmos:

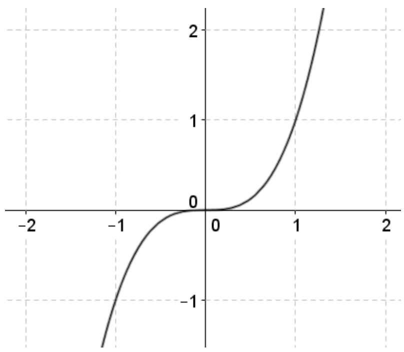
$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$ e $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$

$\log(0,2) = \log\frac{2}{10} = \log 2 - \log 10 = 0,3 - 1 = -0,7$

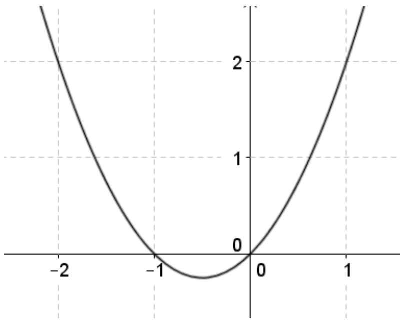
$\log(20) = \log(2 \cdot 10) = \log 2 + \log 10 = 0,3 + 1 = 1,3$

38. Resposta (D)

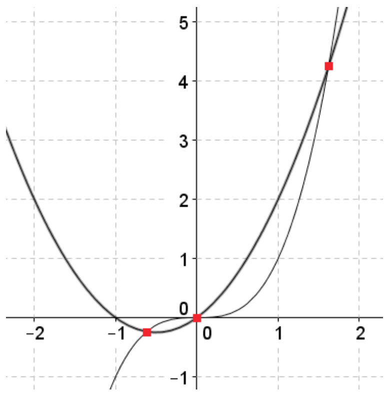
$p(x) = x^3$



$q(x) = x^2 + x$



$p(x) = q(x)$



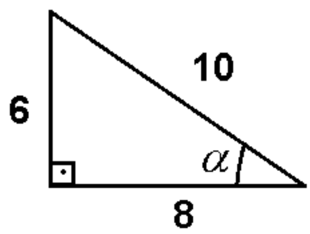
Onde as soluções são representadas pelos pontos de intersecção (vermelhos).

39. Resposta (D)

- Área do retângulo: Ar = b . h
- Área do paralelogramo: Ap = 6
- Área do triângulo: $At = \frac{b.h}{2}$

$$Ar - Ap = 2 \,.\, At = 48 \rightarrow At = 24$$

$$At = \frac{b.h}{2}$$
$$24 = \frac{6.h}{2}$$
$$h = 8$$



$$\cos\alpha = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

40. Resposta (A)

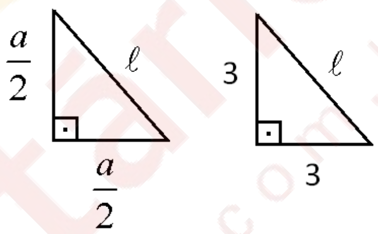
- 4 circunferências de raio 1
- 2 quadrados de lado $\sqrt{2}$
- 1 retângulo de base $2 + 2\sqrt{2}$ e altura 2
- 2 retângulos de base 2 e altura $\sqrt{2}$

$$4 \cdot 1^2 \cdot \pi + 2 \cdot \left(\sqrt{2}\right)^2 + 2 \cdot \left(2 + 2\sqrt{2}\right) + 2 \cdot 2\sqrt{2} =$$
$$= 4\pi + 8 + 8\sqrt{2}$$

41. Resposta (E)

Volume do Cubo: $V = a^3$
$216 = a^3$
$a = 6$

Do canto inferior esquerdo no desenho, temos:



Por Pitágoras: $\ell^2 = 3^2 + 3^2$
$\ell = 3\sqrt{2}$

$\text{Perímetro} = 6 \cdot \ell = 18\sqrt{2}$

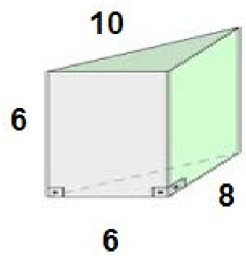
42. Resposta (C)

Tendo em vista que o sólido é um prisma de base trapeizodal, basta calcular seu volume por Ab.H, lembrando que a área do trapézio é dada por $\frac{(B + b)h}{2}$.

$$V = \frac{(3 + 7)\,.\,10}{2}\,10 = \frac{10\,.\,10\,.\,10}{2} = 500$$

43. Resposta (A)

O sólido planificado é um prisma triangular retangular, apesar do texto afirmar que sua base é um quadrado.



Sendo assim, como seu volume é dado por Ab.H, temos que a base é um triangulo retângulo de cateto 6 e hipotenusa 10 (aplicando o Teorema de Pitágoras, achamos o outro cateto valendo 8). Logo, sua área vale $\frac{6.8}{2} = 24$.

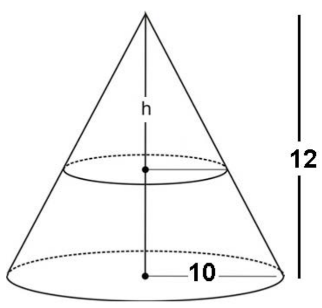
Assim: Volume = 24 . 6 = 144

44. Resposta (B)

$$Ve = \frac{4\pi R^3}{3}$$
$$Vcil = \pi r^2 h$$

$$Ve = Vcil$$
$$\frac{4\pi R^3}{3} = \pi r^2 h$$
$$\frac{4R^3}{3} = 3^2.32$$
$$R = 6$$

45. Resposta (E)

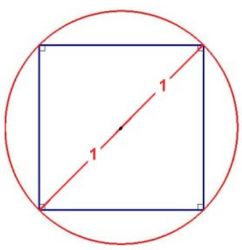


$$\frac{v}{V} = \left(\frac{h}{H}\right)^3$$
$$\frac{v}{2v} = \left(\frac{h}{12}\right)^3$$
$$\frac{1}{2} = \frac{h^3}{1728}$$
$$h = \sqrt[3]{864}$$
$$h = 6\sqrt[3]{4}$$

46. Resposta (D)

$$x^2 + y^2 - 2y = 0$$
centro :
$$x_c = 0$$
$$y_c = 1$$

$$\text{Raio} = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1$$



$$A = \frac{d^2}{2}$$
$$A = \frac{2^2}{2}$$
$$A = 2$$

47. Resposta (C)

pontos (–2,4), (1,3)

$$\begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 3 \\ x & y \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

–6 + y + 4x – 4 – 3x + 2y = 0

x + 3y – 10 = 0

3y = – x +10

$$y = -\frac{x}{3} + \frac{10}{3}$$

Logo, aplicamos x = 5 na equação:

$$y = -\frac{5}{3} + \frac{10}{3}$$
$$y = \frac{5}{3}$$

48. Resposta (A)

Interpretando a questão montamos o sistema abaixo:

$$\begin{cases} 2A + 2C = 1060 \\ A + 3B = 1160 \\ B + 3C = 810 \end{cases}$$

Assim dividindo a primeira equação por 2, isolamos o A e substituímos na 2 equação:

$$\begin{cases} A = 530 - C \\ A + 3B = 1160 \\ B + 3C = 810 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 530 - C \\ A + 3B = 1160 \\ B + 3C = 810 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (530 - C) + 3B = 1160 \\ B + 3C = 810 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3B - C = 630 \\ B + 3C = 810 \end{cases}$$

Multiplicando a primeira equação por 3 e usando o método da adição , temos:

$$\begin{cases} 9B - 3C = 1890 \\ B + 3C = 810 \end{cases}$$

10B = 2700 logo B = 270

Assim, C = 180, A = 350 e, como o enunciado, diz que D vale a terça parte de C, D = 60.

Assim: A + B + C + D = 350 + 270 + 180 + 60 = 860.

49. Resposta (A)

Possíveis triângulos com dois pontos sobre a reta r e um sobre s: $2 \cdot C_3^2 = 6$

Possíveis triângulos com dois pontos sobre a reta s e um sobre a reta r: 3

Possíveis quadriláteros com dois pontos sobre a reta r e dois sobre a reta s: $1 \cdot C_3^2 = 3$

Total de polígonos: 12

Probabilidade: $P = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

50. Resposta (C)

Cada termo da tabela é dado pela combinação $C_{\text{linha}}^{\text{coluna}}$,

portanto: $C_{15}^{13} = C_{15}^{2} = \frac{15 \cdot 14}{2} = 105$