Respostas comentadas
Matemática – UFRGS/2012

26. Resposta (E)

$$5\ .\ 10^6 \text{ glób/mm}^3 \rightarrow$$

$$\rightarrow 5{,}5\ .\ 10^6\ .\ 5\ .\ 10^6 \text{ glób/mm}^3 = 275\ .\ 10^{11} = 2{,}75 10^{13}$$

27. Resposta (A)

Sendo C $\rightarrow$ nota de *R$ 5* e V $\rightarrow$ nota de *R$ 20* logo,

$$\begin{cases} C + V = 6 \\ 5C + 20V = ? \end{cases}$$

Testando as alternativas, a única correta é (A).

28. Resposta (B)

Item I – Incorreta.

Exemplo: se $a = 2$ e $b = 3$, então, $1/2 < 1/3$.

Item II – Correta.

Por definição $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ para $c \neq 0$.

Item III – Incorreta.

Se $a = 8$, $b = 4$ e $c = 2$ então $(8 \div 4) \div 2 = 8 \div (4 \div 2) \rightarrow$

$\rightarrow 2 \div 2 = 8 \div 2 \rightarrow 1 = 4$ (falso)

29. Resposta (C)

Se $f(x) = g(x)$ então

$$4x - 2x^2 - 1 = 3 - 2x \rightarrow -2x^2 + 6x - 4 = 0$$

e suas raízes são *1* e *2*.

Assim $f(1) = 1$ e $f(2) = \rightarrow 1$ logo a soma será *0*.

30. Resposta (A)

Resolvendo a equação temos:

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = x \rightarrow 1 + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} = x \rightarrow 1 + \frac{x}{x+1} = x \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{x + 1 + x}{x + 1} = \frac{x\left(x + 1\right)}{x + 1} \rightarrow$$

$$\rightarrow 2x + 1 = x^2 + x \rightarrow x^2 - x - 1 = 0$$

31. Resposta (B)

Analisando as alternativas temos:

(A) Sul Ásia = *431 / 475 = 0,90*; diminuição *10%*. Leste da Ásia = *271/796 = 0,34*; diminuição *66%*, logo, incorreta.

(B) Europa e Ásia = *17/3 = 5,66*; aumento de *466%*, logo, correta.

(C) Ásia e Pacífico; maior número, logo, incorreta.

(D) América Latina e Caribe = *90/36 = 2,5*; aumento *150%*, logo, incorreta.

(E) África Subsaariana = *198/227 = 0,87*; diminuição de *13%*, logo, incorreta.

32. Resposta (B)

Se $a_3 + a_{10} = 32$ logo $a_1 + a_{12} = 32$ pela propriedade dos termos equidistantes da P.A. Assim:

$$\log_2 (a_1 + a_{12})^3 = \log_2 (32)^3 = 3\ .\ \log_2 32 = 3.5 = 15.$$

33. Resposta (E)

A sequência das abscissas do vértice oposto está na *P.A. (0,5; 5; 9,5; ...)* logo

$$a_{18} = a_1 + 17R \rightarrow a_{18} = 0{,}5 + 17(4{,}5) \rightarrow a_{18} = 0{,}5 + 76{,}5 = 77$$

34. Resposta (D)

Os perímetros dos triângulos desenhados formam uma P.G. de razão *1/2*, logo $1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 = 15/8$.

35. Resposta (A)

Trata-se de uma função exponencial crescente (*base* > *1*) com deslocamento vertical *k* unidades para cima (pois $k > 0$), logo a alternativa que a representa é (A).

36. Resposta (C)

Sabemos que $\log_2 4 = 2$ e $\log_2 8 = 3$, logo esse número está entre *2* e *3*.

37. Resposta (B)

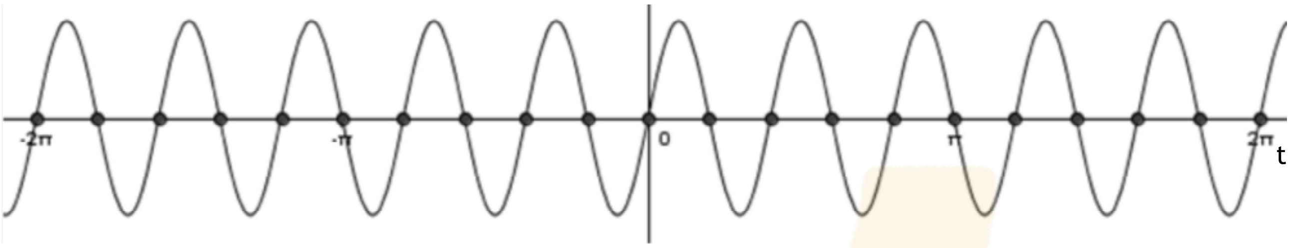
Se a soma das *4* raízes

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -(-7)/2 \rightarrow 2 + 2 + x_3 + x_4 = 7/2 \rightarrow$$

$$\rightarrow x_3 + x_4 = 7/2 - 4 \rightarrow x_3 + x_4 = -1/2$$

38. Resposta (C)

Pelo gráfico abaixo:



temos *21* intersecções.

39. Resposta (B)

$$1 \text{ volta } 2\pi r = 2\pi \cong 6{,}28$$

$$10 \text{ voltas} = 62{,}8$$

40. Resposta (D)

Tomando como x a distância de P até a circunferência menor, temos por semelhança de triângulos:

$$\frac{x+2}{x+8} = \frac{2}{4}$$

$$4x + 8 = 2x + 16$$

$$x = 4$$

Logo, a distância de P até Q é $4 + 4 + 4 = 12$.

41. Resposta (D)

Tomando a aresta da base a e a altura h temos o volume V:

$$V = \frac{a^2h}{3}$$

Dobrando a aresta da base e reduzindo a altura à metade teremos o novo volume V_1:

$$V_1 = \frac{(2a)^2\left(\frac{h}{2}\right)}{3} = \frac{2a^2h}{3}$$

Logo, seu volume dobra.

42. Resposta (E)

Como os pontos estão sobre a resta $y = 2$, a base do triângulo é paralela ao eixo x. Como o triângulo é equilátero temos que o ângulo entre a reta suporte de BC é $60°$ ou $120°$.

$$sen\ 60° = sen\ 120° \frac{\sqrt{3}}{2}$$

43. Resposta (E)

A soma de dois lados de um triângulo é maior que o terceiro lado. A única resposta que satisfaz essa condição é a alternativa (E):

$$6 + 4 > 5$$
$$6 + 5 > 4$$
$$4 + 5 > 6$$

44. Resposta (D)

Tomando o raio r. Considerando o quadrado em que os vértices são os centros dos círculos, temos seu lado como $2r$. Logo, a área do quadrado é $A = 4r^2$. Como a região sombreada (A_S) é a área do quadrado menos a área de uma circunferência temos:

$$A_S = 4r^2 - \pi r^2 = r^2\,(4 - \pi)$$

Logo, temos a razão: $\dfrac{\pi r^2}{r^2(4-\pi)} = \dfrac{\pi}{4-\pi}$

45. Resposta (E)

Tomando o triângulo retângulo em que a altura é $\frac{1}{2}$, a base é metade da largura(l) do retângulo e a hipotenusa é o raio 1.

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 \rightarrow \frac{l}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow l = \sqrt{3}$$

Logo, a área é: $A = 5\sqrt{3}$.

46. Resposta (A)

Escrevendo as equações nas formas reduzidas temos:

$$2x + y - 3 = 0 \rightarrow y = -2x + 3$$

$$5x - 4y - 8 = 0 \rightarrow y = \frac{5x}{4} - 2$$

$$x - 3y + 3 = 0 \rightarrow y = \frac{x}{3} + 1$$

Como r é decrescente, sua equação é $2x + y - 3 = 0$ e s crescente corta o eixo y num ponto negativo, sua equação é $x - 3y + 3 = 0$.

47. Resposta (C)

Como o círculo tem seu centro *(C)* no primeiro quadrante, temos que as coordenadas do ponto *C* são positivas. Logo, temos pelas alternativas *C(2,3)*. Aplicando Pitágoras no triângulo retângulo de hipotenusa *OC*:

$$2^2 + 3^2 = r^2$$
$$13 = r^2$$
$$r = \sqrt{13}$$

Logo, temos a equação: $(x - 2)^2 + (x - 3)^2 = 13$.

48. Resposta (A)

$$\begin{cases} 3v + 2a + 4b = 88 \\ 2v + 5b = 64 \\ 4v + a = 58 \end{cases}$$

$$\Delta = 33$$

$$\Delta_v = 396 \qquad \Delta_a = 330 \qquad \Delta_b = 264$$

$$v = \frac{\Delta_v}{\Delta} = 12 \qquad a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = 10 \qquad b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = 8$$

Logo, a alternativa correta é (A), *80%* do valor do prato amarelo.

49. Resposta (C)

Escolhendo um dos vértices do triângulo equilátero e admitindo que nesse vértice possam aparecer todas as bolas exceto a de cor preta e o outro vértice deve repetir a cor deste último, temos:

P = 14/15 . 1/14 = 1/15, daí multiplicamos por *3* pois há *3* maneiras disso acontecer envolvendo os *3* vértices escolhidos *2* a *2*.

Logo, *P = 1/15 .3 = 1/5*.

50. Resposta (D)

Num mesmo grupo composto por *4* times, temos um total de *6* jogos pela $C_{4,2}$. Lembrando que cada equipe joga *3* vezes.

A probabilidade de termos ingressos que envolvam uma mesma equipe é:

$$P = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

Porém, como temos *4* equipes, basta multiplicar por *4*:

$$\frac{1}{5} \cdot 4 = \frac{4}{5} = 80\%$$