Resolução da Prova de Matemática - UFRGS - 2009

Comentário

Uma prova bem elaborada com textos claros e objetivos. Certamente atende os propósitos de uma prova seletiva.

Gabarito Comentado

26. Resposta (E)

$$500.000.000 \rightarrow 5\times10^{8}\ \dots\dots\dots\dots 1,25\%$$
$$x\ \dots\dots\dots\dots 100\%$$
$$x=\frac{5\cdot10^{8}\cdot100}{1,25}$$
$$x=\frac{5\cdot10^{10}}{1,25}=4\cdot10^{10}$$

27. Resposta (E)

$$200\text{m}\ \dots\dots\dots\dots\ 19,30\text{s}$$
$$500\text{m}\ \dots\dots\dots\dots\ x$$
$$x=\frac{500\cdot19,30}{200}$$
$$x=48,25\text{s}$$

28. Resposta (D)

$$2,5\ \dots\dots\dots\dots\ 100\%$$
$$1,8\ \dots\dots\dots\dots\ x$$
$$x=\frac{180}{2,5}\%$$
$$x=72\%$$
$$100\%-72\%=28\%$$

29. Resposta (D)

x = MZU

y = MZR

T_M = x + y

$$2,3x+3,5y=2,5(x+y)$$
$$2,3x+3,5y=2,5x+2,5y$$
$$y=0,2x$$
$$y=\frac{x}{5}$$
$$x=5y$$

Total de Mulheres (T)

$$T=x+y$$
$$T=5y+y$$
$$T=6y$$
$$F_{MZR}=\frac{MZR}{T}=\frac{1}{6}$$

30. Resposta (B)

360° (todo círculo) ....= 90 medalhas

96° (ângulo do setor circular das medalhas de prata)..— x

$$x=\frac{90\cdot96^\circ}{360^\circ}=24 \text{ medalhas de prata}.$$

31. Resposta (B)

$$M_{8\text{ meses}}=190\text{kwh}$$
$$\text{Redução de }10\%=171\text{kwh}$$
$$171=\frac{190\cdot8+4\cdot x}{12}$$
$$x=133\text{kwh}$$

32. Resposta (C)

$$(t)=k\cdot2^{-t}$$
$$0,2=0,5\cdot2^{-t}$$
$$2=5\cdot2^{-t}$$
$$\frac{2}{2^{-t}}=5$$
$$\log_2 5=1+t$$
$$\log_2\left(\frac{10}{2}\right)=1+t$$
$$\log_2 10-\log_2 2=1+t$$
$$\frac{1}{\log_{10}^{2}}-1-1=t$$
$$\frac{1}{0,3}-2=t$$
$$t=\frac{4}{3}$$
$$t=1,333\dots\ h=\left(1+\frac{1}{3}\right)h$$
$$t=1h\,20\min$$

33. Resposta (A)

$$0=\log(5a+b) \qquad 1=\log(6a+b)$$
$$5a+b=1 \qquad 6a+b=10$$
$$(-)\begin{cases}6a+b=10\\5a+b=1\end{cases} \qquad \begin{aligned}6\cdot9+b&=10\\54+b&=10\end{aligned}$$
$$a=9 \qquad b=-44$$

34. Resposta (A)

$$x^3+ax^2+bx+c=0$$

Raiz 1 de multiplicidade 3

Forma Fatorada:

$$(x-1).(x-1).(x-1)=0$$
$$(x-1)^3=0$$
$$x^3-3x^2+3x-1=0$$
$$a=-3,\ b=3,\ c=-1$$

35. Resposta (C)

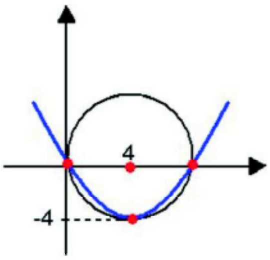
$$x^2 + y^2 - 8x = 0$$

$$C(4,0)\ R = 4 \qquad y = \frac{x^2}{4} - 2x$$

$$x_v = \frac{b}{2a} = -\frac{(-2)}{2\times\frac{1}{y}} = 4$$

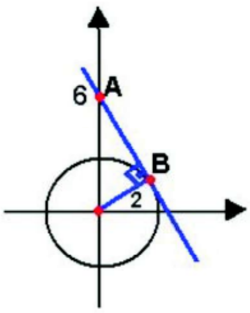
$$y_v = \frac{4^2}{4} - 8 = -4$$

$$v(4,-4)$$



3 pontos de intersecção → forma um triângulo.

36. Resposta (A)



C(0,0)
R = 2

$$6^2 = 2^2 + \overline{AB}^2 \qquad S_\Delta = \frac{b\times h}{2}$$

$$36 - 4 = \overline{AB}^2 \qquad S_\Delta = \frac{4\sqrt{2}\cdot 2}{2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{32} \qquad S_\Delta = 4\sqrt{2}$$

$$\overline{AB} = 4\sqrt{2}$$

37. Resposta (C)

Para $x > 0$, $x = |x|$, logo $\frac{x}{|x|} = 1$.

Então: $f(x) = 1 + 1 = 2$ (função constante).

Para $x < 0$, $|x| = -x$, logo $\frac{x}{|x|} = 1$

Então $f(x) = -1 + 1 = 0$ (função constante).

Para $x = 0$, $f(x)$ não é definida.

38. Resposta (D)

Observando o desenho, vemos que os lados 5, 6, 7 e 8 ocupam posições semelhantes aos lados 1, 2, 3 e 4, respectivamente.

Assim como 50 tem posição semelhante ao lado 2:
2, 6, 10, ... , 50.

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

$$50 = 2 + (n\ .\ 1).\ 4$$

$$48 = (n\ .\ 1).\ 4 \rightarrow 12 = n - 1$$

$$n = 13$$

Assim o primeiro ponto no quinquagézimo lado é (13, –12).

39. Resposta (E)

(a, b, c) P.G. crescente.

$$c < a + b$$

$$aq^2 < a + aq$$

$$aq^2 < a(1 + q)$$

$$q^2 - q - 1 < 0$$

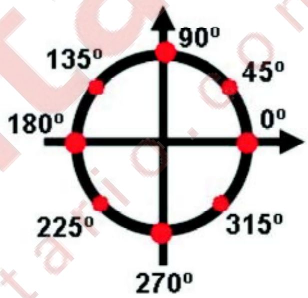
$$q^2 - q - 1 = 0$$

$$q_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ e } q_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

O intervalo seria:

$$\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$$

40. Resposta (E)



$$Z = \cos 225^\circ + \text{sen } 225^\circ\ i$$

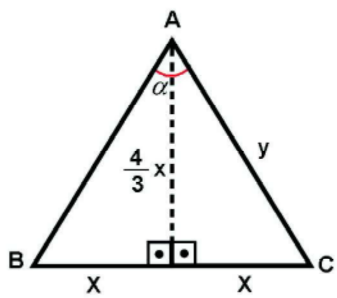
$$Z^2 = \cos 90^\circ + \text{sen } 90^\circ\ i$$

$$Z^3 = \cos 315^\circ + \text{sen } 315^\circ\ i$$

$$Z^4 = \cos 180^\circ + \text{sen } 180^\circ\ i$$

$$Z^5 = \cos 45^\circ + \text{sen } 45^\circ\ i$$

41. Resposta (A)



$$y^2 = x^2 + \left(\frac{4}{3}x\right)^2$$

$$y^2 = x^2 + \frac{16x^2}{9}$$

$$y^2 = \frac{25x^2}{9} \rightarrow y = \frac{5x}{3}$$

Aplicando a lei dos cosenos:

$$(2x)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 2 \times \frac{5}{3} \times \frac{5}{3} \times \cos\alpha$$

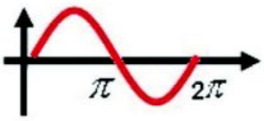
$$4x^2 = \frac{25x^2}{9} + \frac{25x^2}{9} - \frac{50x^2}{9} \times \cos\alpha$$

$$36x^2 = 50x^2 - 50x^2 \times \cos\alpha$$

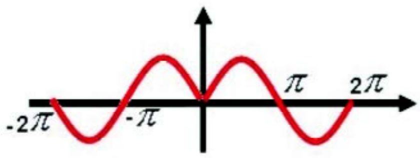
$$\cos\alpha = \frac{7}{25}$$

42. Resposta (B)

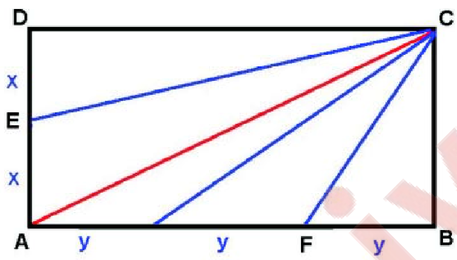
A questão pede o gráfico de $f(x) = \text{sen}\,|x|$.
Para $x \geq 0$ temos $f(x) = \text{sen}\,x$ cujo gráfico é



Ao modular x, tem-se:



43. Resposta (E)



$$\frac{y \cdot 2x}{2} + \frac{y \cdot 2x}{2} + \frac{x \cdot 3y}{2} = 7$$

$$xy + xy + \frac{3xy}{2} = 7$$

$$2xy + 2xy + 3xy = 14$$

$$7xy = 14$$

$$xy = 2$$

Portanto, a área do retângulo ABCD é

$A = 2x \,.\, 3y = 6xy = 6(2) = 12$

44. Resposta (B)

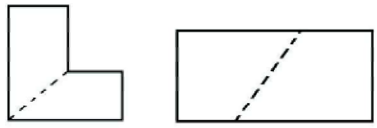
$S = 2x\, Al_{cone} = 2\pi Rg$

onde $R = 1$ e $g = \sqrt{2}$

$S = 2\pi \cdot 1 \cdot \sqrt{2} = 2\pi\sqrt{2}$

45. Resposta (B)

Na alternativa (B) temos:



46. Resposta (C)

$4a + 4a + 4a - 2 \,.\, 2^3 = 32$

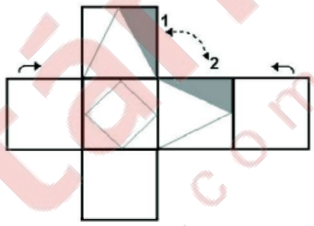
$12a - 16 = 32$

$12a = 48$

$a = 4\text{cm}$

47. Resposta (A)

A união dos lados 1 e 2 gera uma região escura única, com apenas uma vértice no quadrado circunscrito ao quadrilátero menor. Essa condição é verificada somente na alternativa (A).



48. Resposta (D)

Total de livros = T

Livros de Matemática = M

Livros de Física = F

$M = 2F \quad T = F + M \rightarrow T = F + 2F \rightarrow T = 3F$

$$P_{(m)} = \frac{M}{T} = \frac{2F}{3F} = \frac{2}{3}$$

49. Resposta (C)

$7! = 5040$

$5040 = 2^4 \times 3^2 \times 5^1 \times 7^1$

Total de divisores:

$(4 + 1).(2 + 1).(1 + 1).(1 + 1)$

$5 \,.\, 3 \,.\, 2 \,.\, 2 = 60$

50. Resposta (D)

A probabilidade da bola atingir o ponto "B" é dada por:

caminhos possíveis = 2 . 2 . 2 . 2 = 16

caminhos que chegam ao ponto B = 4

$$P_a = \frac{4}{16} = 4\left(\frac{1}{2}\right)^4$$